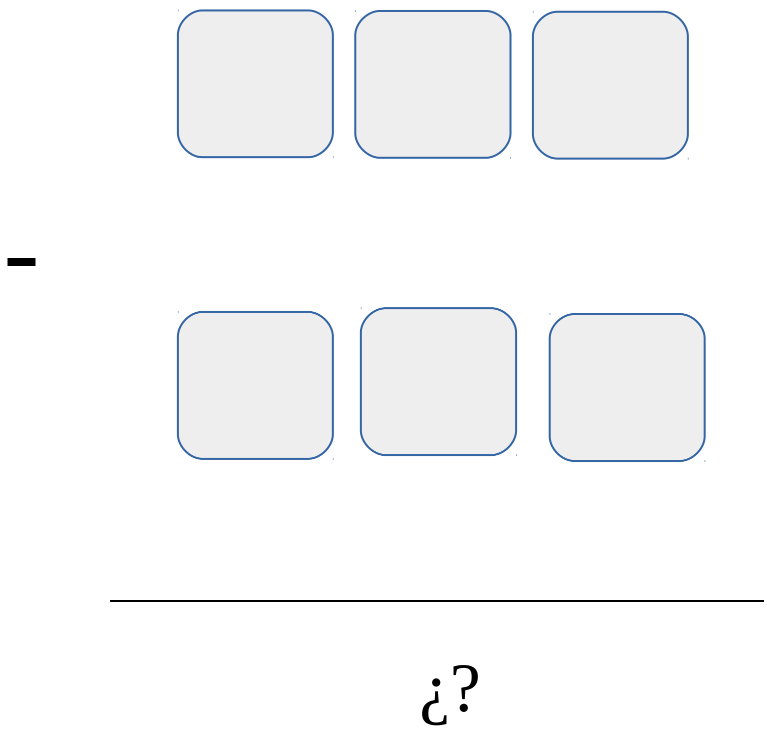
| | | |
|---|---|---|
| AGAPEMA | XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA – FASE DE ZONA<br>21 de abril de 2016 | SOLUCIÓNS |

## PROBLEMA 1

Utilizando as cifras 1, 2, 3, 4, 5 e 6, constrúe dous números de 3 cifras (sen repetilas) de tal xeito que ao restalos se obteña o menor número positivo posible.



Solución por Álex Ramos do IES Ánxel Fole de Lugo

O primeiro e segundo nº deben ter como primeiras cifras dous nºs que se separen nunha unidade
$\begin{array}{ccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \underline{1} & \underline{2} & \underline{3} & \underline{4} & \underline{5} \end{array}$.

A 2ª cifra debe ser o maior posible no segundo e o menor posible no primeiro.

A 3ª cifra debe ser, despois dos da 2ª, o maior posible no segundo, e o menor posible no primeiro.

Polo cal a 2ª cifra vai ser 6 no segundo e 1 no primeiro.

A 3ª cifra será a segunda menor no primeiro, 2, e no segundo a segunda maior, 5.

Polo que nas primeiras cifra hai que por 3 e 4, que todos teñen 1 de diferenza. 4 no primeiro e 3 no segundo.

Así que queda:

$$\begin{array}{rccc} & 4 & 1 & 2 \\ - & 3 & 6 & 5 \\ \hline & 0 & 4 & 7 \end{array}$$

| | | |
|---|---|---|
| AGAPEMA | XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA – FASE DE ZONA<br>21 de abril de 2016 | SOLUCIÓNS |

## PROBLEMA 2

a) Un grupo de amigos decide facer un roteiro para ir do punto A ao punto C e discuten que será máis curto: ir de A a C sen pasar por B ou ir primeiro de A a B e despois de B a C. Nos dous casos os camiños veñen marcados polas circunferencias da figura 1. Cal sería a túa elección para chegar antes? Cal sería a lonxitude do roteiro?

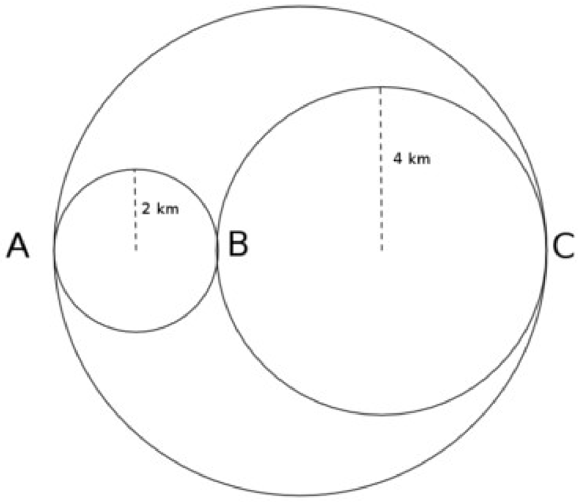



*Figura 1*

b) Despois de resolver o problema anterior, unha das participantes pregúntase cal será a resposta nunha situación xeral como a da figura 2. Ti que dirías?

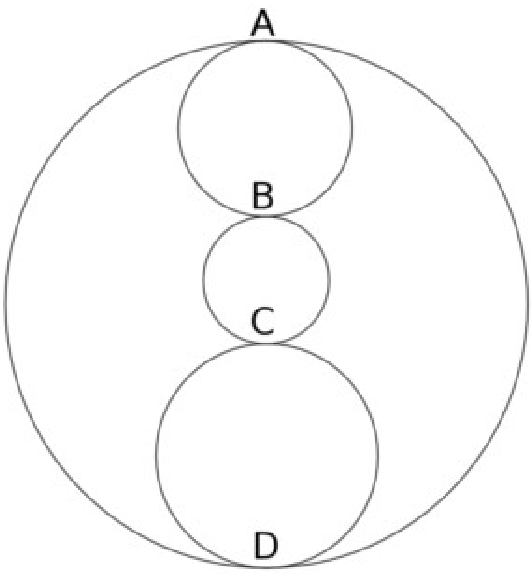



*Figura 2*

Solución por Pablo Fernández do IES San Rosendo de Mondoñedo

a) A suma dos diámetros das circunferencias pequenas é de 12 km, co cal a circunferencia grande tamén ten 12 km de diámetro e 6 de radio.

Para obter a metade do perímetro da circunferencia máis pequena, facemos $\frac{\pi \cdot 2}{2} = 3'142$ km. Para obter o da mediana, $\frac{\pi \cdot 4}{2} = 6'283$ km.
Sumando estes dous, obtemos 9'425 km, que sería o que recorrerían se pasaran por B.

Se van de A a C sen pasar por C, recorrerían $\frac{\pi \cdot 6}{2} = 9'425$ km.
Que se obtén con isto? Da igual o camiño que se escolla, xa que chegas ao mesmo tempo indo por calquera dos dous sitios.

b) Máis do mesmo. Daría igual, xa que ao ser igual a suma dos diámetros das circunferencias pequenas que o diámetro da circunferencia grande, o perímetro dos dous sempre vai ser o mesmo.

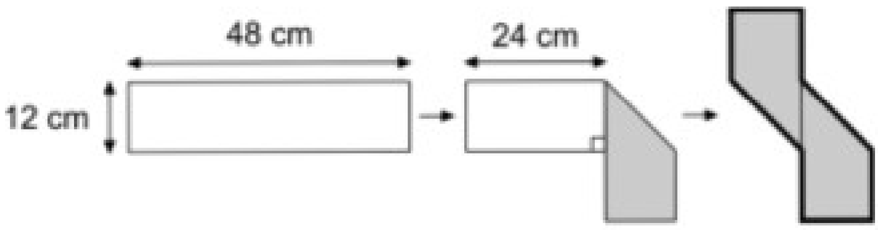
| | | |
|---|---|---|
| AGAPEMA | XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA – FASE DE ZONA<br>21 de abril de 2016 | SOLUCIÓNS |

**PROBLEMA 3**

Considera unha faixa rectangular branca por un lado e cor cinza polo outro que dobramos como indica a figura formando un polígono de 8 lados.

a) Cal é a área do dito polígono?

b) Que dimensións deberá ter un rectángulo semellante para dar lugar a un polígono de superficie 972 $cm^2$?



Solución por Eva Sanmartín Vázque do IES Basanta Silva de Vilalba

a) En la primera fase la base se reduce a 24 (se divide entre dos) entonces la figure resultante tiene las siguientes dimensiones:  $h = 24\ cm$, $l = 12\ cm$. Calculamos el área del cuadrado de la parte de abajo:  que es $12 \cdot 12 = 144\ cm^2$. El área del triángulo es $\frac{l \cdot (h/2)}{2}$, es decir: $\frac{12 \cdot (24:2)}{2} = \frac{144}{2} = 72\ cm^2$. En total el área de la figura es: $72 + 144 = 216\ cm^2$. El área del polígono final resultante es dos veces el área de esta figura: $216 \cdot 2 = \boxed{432\ cm^2}$

b) La relación entre la base y la altura sería a la altura le llamamos h y a la base 4h, porque es 4 veces mayor que la altura. El área de la figura es $\left(h \cdot h + \frac{h \cdot h}{2}\right) \cdot 2$. Si el área tiene que ser 972, la ecuación sería:

$$\left(h \cdot h + \frac{h \cdot h}{2}\right) \cdot 2 = 972 \Rightarrow \left(h^2 + \frac{h^2}{2}\right) \cdot 2 = 972 \Rightarrow 2h^2 + 2\left(\frac{h^2}{2}\right) = 972 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2h^2 + 2\left(\frac{h^2}{2}\right) = 972 \Rightarrow 2h^2 + \frac{2h^2}{2} = 972 \Rightarrow 4h^2 + 2h^2 = 1944 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6h^2 = 1944 \Rightarrow h^2 = \frac{1944}{6} \Rightarrow h^2 = 324 \Rightarrow h = \sqrt{324} \Rightarrow h = 18\ cm$$

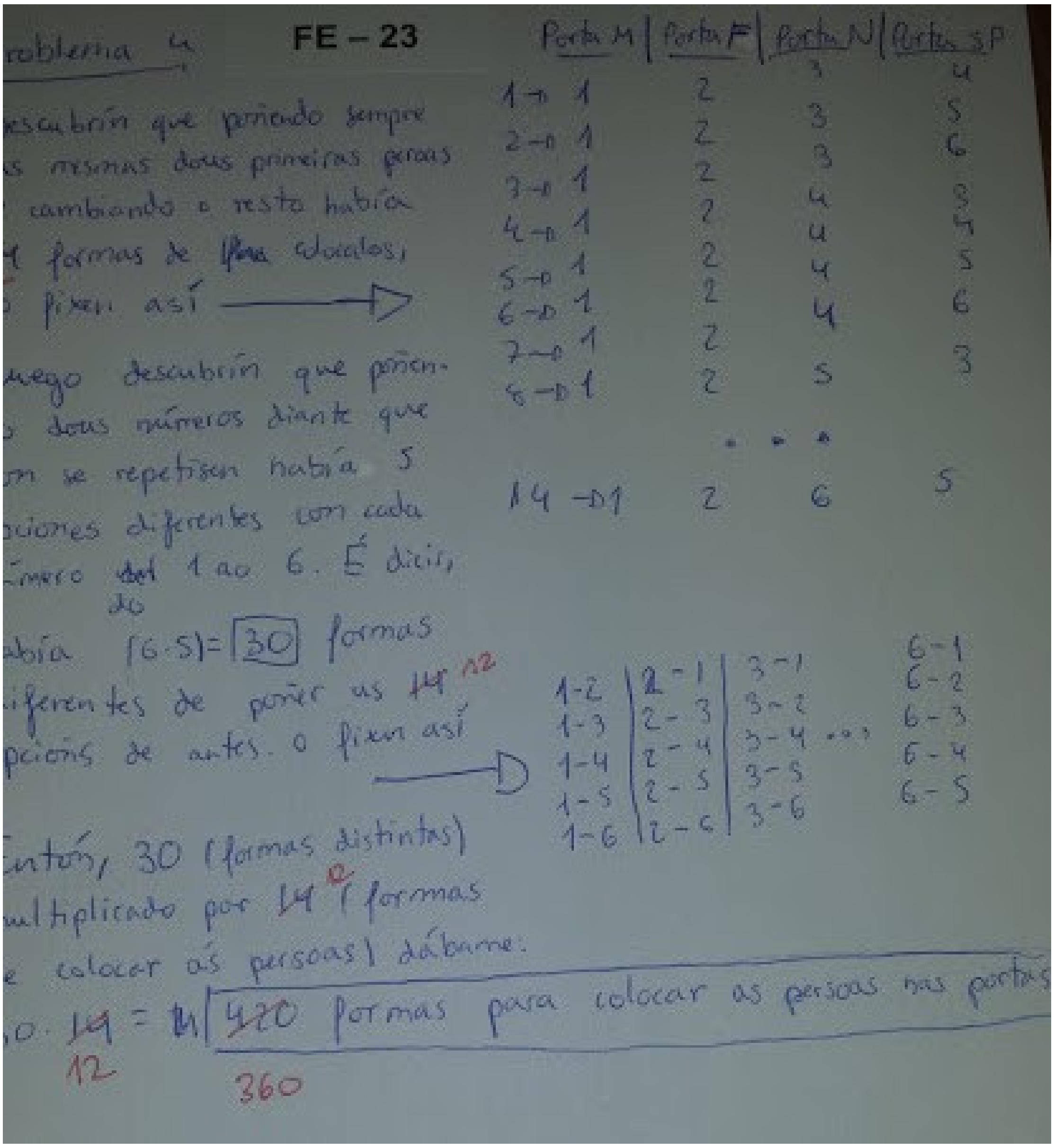
Si la altura es 18 cm entonces la base es $4 \cdot 18 = 72\ cm$

**PROBLEMA 4**

Para a festa do Arde Lucus unha compañía de animación necesita figurantes para facer garda na muralla de Lugo, concretamente na Porta Miñá, Porta Falsa, Porta Nova e Porta de San Pedro.

Preséntanse 6 persoas candidatas. Cantos posibilidades hai en total para asignar unha porta a unha persoa?

Solución por Víctor Mallo Rodríguez do IES de Mugardos



roblema 4 FE – 23

escubrín que poñendo sempre
s mesmas dous primeiras persoas
cambiando o resto había
4 formas de ~~pa~~ colocalos,
o fixen así →

| Porta M | Porta F | Porta N | Porta SP |
|---|---|---|---|
| 1 → 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 → 1 | 2 | 3 | 5 |
| 3 → 1 | 2 | 3 | 6 |
| 4 → 1 | 2 | 4 | 3 |
| 5 → 1 | 2 | 4 | 4 |
| 6 → 1 | 2 | 4 | 5 |
| 7 → 1 | 2 | 4 | 6 |
| 8 → 1 | 2 | 5 | 3 |
| . . . | | | |
| 14 → 1 | 2 | 6 | 5 |

uego descubrín que poñen-
dous números diante que
n se repetisen había 5
cións diferentes con cada
úmero ~~del~~ do 1 ao 6. É dicir,
abría $(6 \cdot 5) = \boxed{30}$ formas
iferentes de poñer as ~~14~~ 12
pcións de antes. O fixen así →

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1-2 | 2-1 | 3-1 | | 6-1 |
| 1-3 | 2-3 | 3-2 | | 6-2 |
| 1-4 | 2-4 | 3-4 | . . . | 6-3 |
| 1-5 | 2-5 | 3-5 | | 6-4 |
| 1-6 | 2-6 | 3-6 | | 6-5 |

ntón, 30 (formas distintas)
ultiplicado por ~~14~~ 12 (formas
e colocar ás persoas) dábame:
$0 \cdot \cancel{14}\ 12 = \boxed{\cancel{420}\ 360 \text{ formas para colocar as persoas nas portas}}$

## PROBLEMA 5

A profesora de Lucas proponlle descifrar unha importante mensaxe escrita en lingua galega. Esta mensaxe foi codificada utilizando unha equivalencia de letras, quedando da maneira seguinte:

CNOQAECPIR URE NRSANRSCHRE BVA RE OAQEPRE BVA RE OQRHSCHRI IPI AESRI CISAQAERURE IR EVR ROXCHRHCPI, OPCE AESRE EPI OPQ EC NAENRE VIFR DPQNR UA RQSA

O rapaz puido descubrir que a terceira palabra era MATEMÁTICAS.

Descifra a mensaxe proposta pola profesora de Lucas.

Solución por Lucía Picos Maiztegui do Sagrado Corazón MM Mercedarias (Ferrol)

① Colocamos nunha táboa as letras que xa sabemos:

| Letras codificadas | Letras verdadeiras |
|---|---|
| N → | M |
| R → | A |
| S → | T |
| A → | E |
| C → | I |
| H → | C |
| E → | S |
| B → | Q |
| V → | U |
| U → | D |
| Q → | R |
| O → | P |
| P → | O |
| I → | N |

② Reescribimos a mensaxe coas letras que xa sabemos.

IMPRESIONA DAS MATEMÁTICAS QUE AS PERSOAS QUE AS PRACTICAN A NON ESTAN INTERESADAS NA SUA APLICACION, POIS ESTAS SON POR SI MESMAS UNHA FORMA DE ARTE

③ ~~La~~ A palabra codificada BVA quere dicir QUE, entón a letra B é unha Q, e a V e unha U. As colocamos no panel anterior.

④ A penúltima palabra UA quere dicir DE. Polo que a U é unha D

⑤ A última palabra RQSA quere dicir ARTE, polo que o R é unha Q.

⑥ A quinta palabra, OAQEPRE quere dicir PERSOAS, polo que o O é unha P, e o P é unha O.

⑦ A 1ª palabra é IMPRESIONA, a N é un I.

⑧ Na 9ª palabra PRACTICAN, descubrimos o C

⑨ Por último lemos a frase e tratamos de encontrar as últimas letras.

A frase queda así.

"Impresiona das matemáticas que as persoas que as practican non están interesadas na súa aplicación, pois estas son por si mesmas unha forma de arte."