



XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
GALEGA – FASE DE ZONA
23 de abril de 2015
SOLUCIÓNS

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 1

Completa o seguinte cadrado máximo sen que se repita ningún número e de tal xeito que o produto dos números de cada fila, columna e diagonal sexa o mesmo.

1	10	

Débese explicar razoadamente como se obtén a seguinte solución

20	25	2
1	10	100
50	4	5



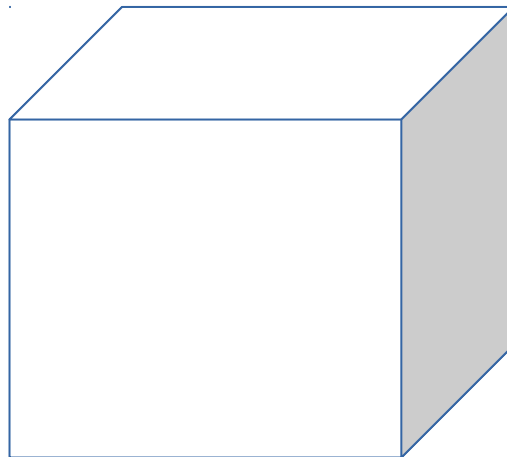
XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
GALEGA – FASE DE ZONA
23 de abril de 2015
SOLUCIÓNS

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 2

Supoñamos que temos un cubo ao que facemos dous cortes en sentido vertical e dous cortes en sentido horizontal de xeito que os poliedros obtidos tras ambos os cortes sexan cubos iguais.

a) Representa, no cubo que tes a continuación, a situación descrita no enunciado.



b) Determina o número de cubiños que obtemos. Razona e explica detalladamente a resposta.

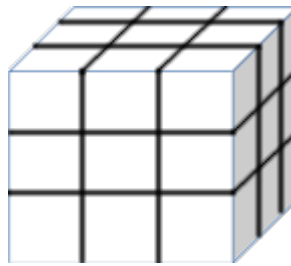
c) Agora eliminamos a fila de cubos que temos na parte central de cada cara. Representa graficamente esta situación e explica cantos cubos obteríamos.

d) Supoñamos agora que lle facemos ao cubo inicial un túnel que percorra o poliedro polo cubiño central de cada cara ata o cubiño que ten xusto enfrente, Cantos cubos quedan?

Interprétase que os 2 cortes fanse por cada cara (equivalentemente en total fanse 6 cortes)

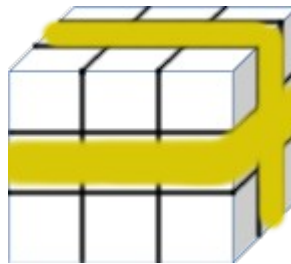
Existe outra interpretación posible que consiste en facer só 4 cortes en total. Quedarían 9 prismas (non son cubos iguais, pero tampouco é posible chegar a eles). Con esta observación, pódense razonar os demais apartados.

O Cubo quedaría así:



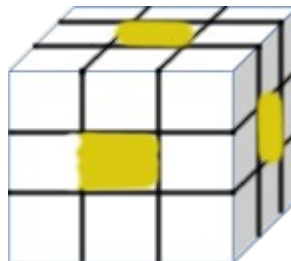
b) $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubiños (pódese razoar de diferentes maneiras)

c)



Quedan 6 de cara de diante, 6 da cara de atrás e o do centro (non visible), polo tanto 13 cubiños.

d)



Elimínanse o cubo central de cada cara e o central do poliedro. Quedan $27 - 7 = 20$ cubiños



XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
GALEGA – FASE DE ZONA
23 de abril de 2015
SOLUCIÓN

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 3

Unha ONG dispón de 1000€ para mercar xoguetes. A directiva ten dúbidas sobre lanzar dúas campañas:

Campaña 1: *Regala un xoguete*, na que se pretende que ningún rapaz/a quede sen xoguete.

Campaña 2: *Xoguetes de Calidade*, na que se buscaría mellorar a calidade dos xoguetes aínda que non se chegara a todos os nenos e nenas.

A directiva pode mercar dous tipos de xoguetes: xoguetes de baixa calidade a 11€ e xoguetes de maior calidade a 17€ e precisan gastar todos os cartos.

- Cantos xoguetes de cada tipo comprarían no caso de decidiren lanzar a Campaña 1?
- Cantos xoguetes de cada tipo comprarían no caso de decidiren lanzar a Campaña 2?
- Indica outra combinación de xoguetes para outra posible campaña.

Chamamos x ="Número de Xoguetes a 11€" e y ="Número de Xoguetes a 17€"

Temos que gastar os 1000€ así que: $11x + 17y = 1000$

- a) Queremos o máximo de xoguetes baratos:

$$x = (1000 - 17y) / 11 \text{ Probamos buscando un valor exacto para } y = 1, 2, 3, \dots$$

e atopámolo en $y = 9$ para o que $x = 77$

- b) Queremos o máximo de xoguetes de calidade:

$$y = (1000 - 11x) / 17 \text{ Probamos buscando un valor exacto para } x = 1, 2, 3, \dots$$

e atopámolo en $x = 9$ para o que $y = 53$

- c) As outras posibles combinacións serían $x = 26$ e $y = 42$, $x = 43$ e $y = 31$, $x = 60$ e $y = 20$



XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
GALEGA – FASE DE ZONA
23 de abril de 2015
SOLUCIÓN

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 4

Encontra un número de 4 cifras que verifique as seguintes condicións:

- É múltiplo de 5
- 1680 non posúe díxitos en común con dito número.
- O terceiro díxito é divisor de 8.
- 2748 ten dous díxitos en común co número e están situados na posición correcta.
- 3596 ten dous díxitos en común co número mais non na posición correcta.
- Os dous primeiros díxitos son primos e forman outro número primo.
- As súas catro cifras suman 14.

O número pedido é 2345 (O alumno debería chegar a el razoadamente)



XVII OLIMPIADA MATEMÁTICA
GALEGA – FASE DE ZONA
23 de abril de 2015
SOLUCIÓNS

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 5

Iván e Sabela son dous amigos que se xuntan para cear. Deciden que paga aquel que perda ao seguinte xogo:

Lanzan dous dados e suman as puntuacións obtidas. Gaña aquel que acerte o resultado.

Responde razoadamente a estas preguntas:

- Cal che parece que sería a mellor aposta?
- Se Iván di 9 e Sabela di 5, quen che parece que ten máis posibilidades de gañar o xogo?
- Agora deciden xogar ao mellor de 2 tiradas. Teñen que apostar antes os 2 posibles resultados e despois contar cantos acertaron cada un. Cal che parece a mellor estratexia?

Primeiro analizamos as opcións:

+						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

- A mellor aposta é o 7 (6 veces de 36).
- Os dous teñen iguais posibilidades de gañar (4 veces de 36).
- As mellores apostas deben conter os números 6,7 (xa que admite casos 6,7 e 7,6) ou 7,8 (admite casos 8,7 e 7,8) con iguais posibilidades