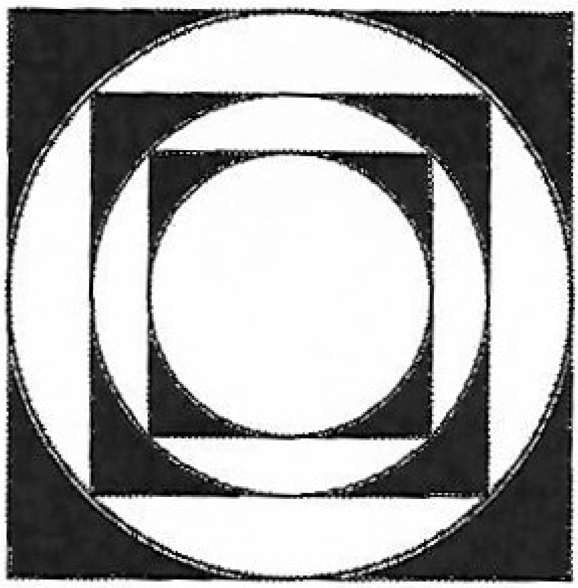
AGAPEMA	OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017	(Coloca aquí a etiqueta identificativa)

PROBLEMA 1

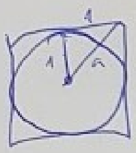
En Xeometría, dicimos que a construción da seguinte figura é de tipo **fractal**: Un círculo dentro dun cadrado, dentro dun círculo, dentro dun cadrado...

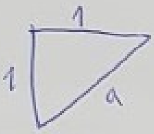
Sabendo que a circunferencia máis pequena ten por radio 1 cm, calcula:

a) A área do cadrado que contén a figura.
b) A área de cor branca e a área de cor negra.
c) Baseándote nesta construcción debuxa outro fractal diferente usando tamén dúas figuras planas.



a)

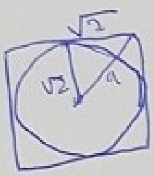




$a = \sqrt{1+1}$ $a = \sqrt{2}$

C1	1	Radio cm
C2	$\sqrt{2}$	
C3	2	
CA1	2	lado cm
CA2	$2\sqrt{2}$	
CA3	4	
C1	π	Área cm^2
C2	2π	
C3	4π	
CA1	4	
CA2	8	
CA3	16	
P. Blanca	9,991	
P. Negra	6,009	

C2 = $\sqrt{2}$ cm de radio
CA2 = $2\sqrt{2}$ cm de lado



$a = \sqrt{2+2}$ $a = 2$

C3 = 2 cm de radio

CA3 = 4 cm de lado

Área C3 = $4 \times 4 = 16\ cm^2$

b) CA3 = $4 \times 4 = 16\ cm^2$
CA2 = $2\sqrt{2}^2 = 8\ cm^2$
CA1 = $2^2 = 4\ cm^2$
C1 = $\pi\ cm^2$
C2 = 2π
C3 = 4π

Parte ~~Blanca~~ Negra

CA3 − C3 = $3{,}434\ cm^2$
CA2 − C2 = $1{,}717\ cm^2$
CA1 − C1 = $0{,}858\ cm^2$
$+$
$6{,}009\ cm^2$

Parte Blanca

C3 − CA2 = $4{,}566\ cm^2$
C2 − CA1 = $2{,}283\ cm^2$
C1 = $3{,}142\ cm^2$
$+$
$9{,}991\ cm^2$

c) Hexágonos dentro de triángulos.

AGAPEMA	OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017	(Coloca aquí a etiqueta identificativa)

PROBLEMA 2

Substitúe cada letra por unha cifra do 0 ao 9 para que se verifique a suma sabendo que:

a) Cada letra repetida ten o mesmo valor e letras distintas teñen valores distintos.

b) A letra "S" é unha cifra par distinta de 2 e de 8.

c) A letra "I" é impar.

$$
\begin{array}{r}
\text{MATES} \\
+\ \text{MATES} \\
+\ \text{MATES} \\
\hline
\text{LATIN}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
15026 \\
+\ 15026 \\
+\ 15026 \\
\hline
45078
\end{array}
$$

Explicación detras

Para averigualo primeiro nos fixamos en que 3 veces S é igual a N entón se te digo que N non e nin 2 nin 8 os unicos que nos quedan son 4,6 xa que cero non se poderia repetir. Isto quere decir que N e 2 ou 8 xa que $4 \times 3 = 12$ e $6 \times 3 = 18$.

Para o seguinte número temos que achar un número menor do 10 porque a T que é o número seguinte ten que dar igual.

Entón E é 0, 2. Aquí é onde vemos que a S é seis porque o 0 fae falta despois. Asique collemos o 2 para E isto quere dicir que I e 7 xa que $2 \cdot 3 = 6$ mais unha levada 7.

Agora usamos o cero para T porque $T+T+T=T$ entonces no nos quedan números sen que se leven ningunha escepto 0.

Agora A é o último número que se repite e da a súa cifra no resultado, é 5.

.s

O número que nos falta (M) ten que ser menor de dez asique ten que é 1 porque os números que nos sobran, a súa suma da mais de dez contado a levada de $A \times 3$

AGAPEMA	OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017	(Coloca aquí a etiqueta identificativa)

PROBLEMA 3

Durante un acto reivindicativo, a Praza Maior de Lugo énchese de xente dando lugar a diferentes datos sobre a mobilización. A Policía local fala de 10.000 persoas, mentres que a organización asegura que había 30.000.

Unha xornalista observou 5 cadrados de 2 metros de lado en diferentes puntos da praza e contou 12, 20, 21, 8 e 9 persoas.

Baseandote na información recollida pola xornalista e sabendo que a Praza Maior ten forma rectangular con 70m de lonxitude e 95m de largura:

a) Razoa quen se achegou máis ao número de persoas que había ese día na praza.

b) Se ademais os manifestantes só puideron acceder á praza desde o exterior da Muralla entrando o 15% pola porta de San Pedro, o 30% pola de Bispo Izquierdo, o 45% pola de Bispo Aguirre e os restantes pola de Santiago, estima cantos manifestantes, redondeando ás centenas, entraron por cada unha delas.

a) Para calcular aproximadamente o número de persoas da praza habería que facer a media de persoas cos datos da xornalista: $\frac{12+20+21+8+9}{5}=14$ persoas por cada $4\ m^2$.
Se a área da praza son ($70 \cdot 95 = 6650\ m^2$) $6650\ m^2$ e os cadrados son de $4 m^2$, dividimos a área da praza entre os m^2 dun cadrado e temos o número de cadradiños na praza (1662,5).
Por último, multiplicamos os 1662,5 cadradiños polas 14 persoas que hai aproximadamente en cada un e obtemos o número de persoas na praza ($1662{,}5 \cdot 14 = 23275$ persoas (aprox.)).
Acercouse máis a organización. $((30000-23275) < (23275-10000))$.

b)

Porta de San Pedro → 15% de 23275 = 3500 persoas (aprox.).

Porta de Bispo Izquierdo → 30% de 23275 = 7000 persoas (aprox.).

Porta de Bispo Aguirre → 45% de 23275 = 10500 persoas (aprox.).

Porta de Santiago → (100% − 15% + 30% + 45%) de 23275 = 10% de 232
= 2300 persoas (aprox.).

AGAPEMA	OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017	(Coloca aquí a etiqueta identificativa)

PROBLEMA 4

A seguinte grella de números de tamaño 6x6 construiuse do seguinte xeito:

Cada número obtense multiplicando o número da fila polo número da columna. Así o valor inicial é 1 (1x1), o valor superior dereito é 36 (6x6) e o valor 20 aparece por estar nos cadros que ocupan a fila 4 e a columna 5, ou a fila 5 e a columna 4.

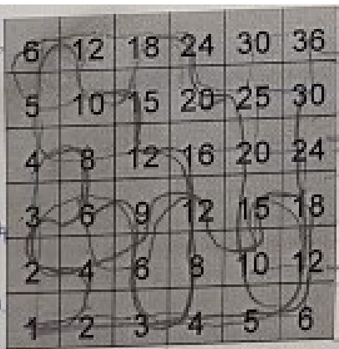
Un **camiño** na grella é unha secuencia de cadros que comparten un lado de tal xeito que ningún **valor(*)** se repite na secuencia. A **puntuación** do camiño é a suma dos valores dos cadros que o forman.

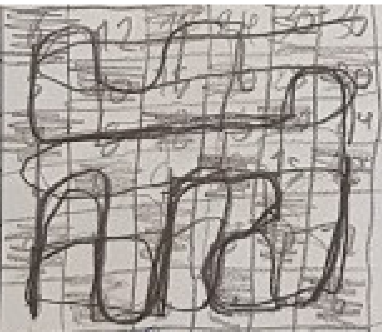
Determina razoadamente o camiño con maior puntuación posible que empece no cadro de valor "1" e acabe no cadro de valor "36".

6	12	18	24	30	36
5	10	15	20	25	30
4	8	12	16	20	24
3	6	9	12	15	18
2	4	6	8	10	12
1	2	3	4	5	6

(*) Este problema recóllese dunha adaptación doutro en inglés. A tradución correcta non sería "**valor**", sería "**cadro**", feito que se advertiu durante o desenvolvemento da proba.

Os camiños con máis puntuación son os que ocupan toda a cuadrícula excepto un dos ~~90~~ 2 da esquina inferior esquerda xa que é imposible ~~rodear~~ pasar por todos os cadradiños e terminar en 36. Se na cuadrícula





segue no papel

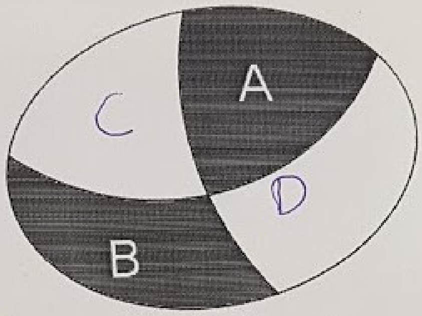
en vez de números a pintamos como un taboleiro de xadrez se empezas nun color tes que terminar no color contrario xa que cada vez que te moves 1 o color cambia e como ~~o 1º e blanco o 2º e negro~~ ~~nouvente~~ sen importar a onde ~~te~~ moyas isto ~~demostra que os cadradiños pares son negros~~ o primeiro cadrado e ~~negro~~ blanco, e nun taboleiro de 36 cadradiños poden se facer 35 movementos. ~~e como 35 e impar~~ que é un número impar de movementos, o último cadradiño a ser o color contrario, sen embargo o 36 e par polo que para que se poida facer hai que, polo menos, non facer un dos movementos posibles, ~~deix o movemen~~ e como o ~~dos~~ 2 e o cadradiño con menos valor para obter a suma máis grande hai que deixalo fora do recorrido

AGAPEMA	OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017	(Coloca aquí a etiqueta identificativa)

PROBLEMA 5

A figura que ves na imaxe (chamada elipse) foi dividida por dúas curvas dando lugar a catro rexións. Cada unha das curvas dividía á figura en dúas partes iguais.

Xustifica se é posible asegurar que as áreas A e B son tamén iguais.



Bautizei as áreas C e D. Esta afirmación segundo o enunciado é verdade:

$A+C=B+D$ e $A+D=C+B$

Cambiamos os signos!

$A-B=D-C$ $\quad$ $A-B=C-D$

Entón:

$D-C=C-D$

Isto só é posible se son iguais porque

$a-a=0$, entón:

$D-C=0$; entón:

$A-B=0$;

Entón A e B son iguais.