



OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 1

Dous amigos Alicia e Brais fan unha aposta.

Alicia dille a Brais que lle paga a entrada ao cine se é capaz de atopar un número de 6 cifras, múltiplo de 9 que se lea igual de esquerda a dereita que de dereita a esquerda (*número capicúa*) e que se ademais se lle elimina a primeira e a última cifra se obtén unha potencia de 11.

- Que resposta lle ten que dar Brais para que lle saia de balde a entrada ao cine?
- Poderías atopar un número de 8 cifras que cumpra as condicións anteriores?
- Cantos números capicúa existen de 6 cifras sen utilizar a cifra 0?
- Cantos números capicúa de 6 cifras existen en total?

C A P I C Ú A
A Ú C I P A C

Problema 1

LU - 10

a) Las potencias de 11 son 11, 121, 1331.

Para formar un número de 6 cifras con esta condición, a potencia ten que tener 4 cifras: 1331 e para que sea o número múltiplo de 9 ten que sumar a ou un múltiplo.

$$1 + 3 + 3 + 1 + 2x = 9$$

$$x = 0,5$$

Non pode ser decimal así que suma 18

$$1 + 3 + 3 + 1 + 2x = 18$$

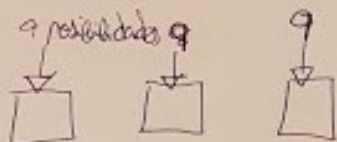
$$x = 5$$

O número é 513315.

b) Non se podería porque a potencia de 11 que ten 6 cifras non é capicúa, así que o número resultante é imposible que sea capicúa.

Para que sea capicúa ten que tener as 3 primeiras cifras

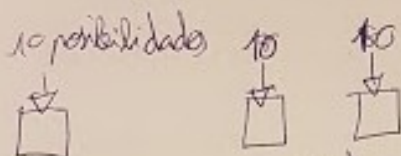
igual (sólo que inversamente) que as 3 últimas. Así que hai que buscar as combinacións dos números de tres cifras.



$$N_{\text{cifras}} = 9 \cdot 9 \cdot 9 = \del{729} 729$$

Habería ~~729~~ números con esta condición

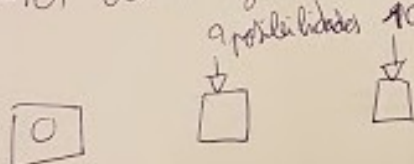
d) Sería facer o mesmo.



$$N_{\text{cifras}} = 10 \cdot 10 \cdot 10 = \del{1000} 1000$$

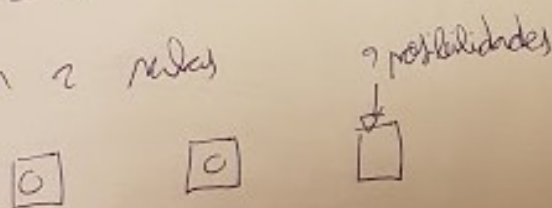
Agora hai que restar números como 010, 100, etc porque teñen cifras nulas.

Números con 1 cifra nula



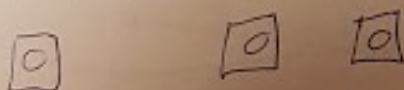
$$N_{1 \text{ nula}} = 9 \cdot \del{10} = \del{90} 9$$

Con 2 nulas



$$N_{2 \text{ nulas}} = 9$$

Con 3 nulas



$$N_{3 \text{ nulas}} = 1$$

$$1000 - \del{90} - \del{9} = \del{900} 900 \text{ números con esta condición.}$$



OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 2

Encontra un dígito para substituír en cada unha das letras de forma que OCHO sexa múltiplo de 13.

$$\begin{array}{r} \text{DOS} \\ + \text{DOS} \\ + \text{DOS} \\ + \text{DOS} \\ \hline \end{array}$$

OCHO

SABEMOS QUE $D > 2$ PORQUE AL MULTIPLICAR POR 4 DEBE DAR UN NÚMERO DE MÁS DE UNA CIFRA.
TAMBIÉN SABEMOS QUE $0 < C$ PORQUE EL MAYOR PRODUCTO DE LA TABLA DEL 4 SIN CONTAR EL 40 ES EL 36. TAMPOCO ES 3 PORQUE NINGÚN MÚLTIPLO DE 4 ACABA EN 3, NI TAMPOCO EN 1, ASÍ QUE DEJAMOS AMOS.
SABEMOS QUE $O = 2$
POR ESO TAMBIÉN SABEMOS QUE $S = 8$ PORQUE $8 \cdot 4 = 32$ Y ESE 2 ES O
Y TAMBIÉN FIJAMOS QUE $H = 9$
SABEMOS QUE C DEBE SER UN NÚMERO MÚLTIPLO DE 4 MENOS UNA UNIDAD, ASÍ QUE PROBAMOS DONDE LA PRIMERA CIFRA SEA UN 2, POR LO QUE PROBANDO CON $D = 7$ EL NÚMERO ES 2912 Y $C = 9$



OLIMPIADA MATEMÁTICA GALEGA 2017

(Coloca aquí a etiqueta
identificativa)

PROBLEMA 3

A letra de cada cela ten un valor. A suma de cada fila e de cada columna aparece ao lado ou debaixo.

Que número debe reempazar aos signos de interrogación?

A	B	C	C	22
C	A	B	B	26
A	C	C	B	22
A	A	C	B	?
14	?	24	32	

Para conseguir saber que la interrogación es igual al número 20 he tenido que hacer lo siguiente:

1. Confeccionar esta tabla a base de pruebas:

$$\begin{array}{l} A = 3 \\ B = 9 \\ C = 5 \end{array}$$

$$? = 20$$

1ª prueba:

Simplemente calcule $14 : 4 = 3,5$ y como había 3A le asigné el número 3 y después reste ~~la suma~~ 14 menos la suma de las 3A ($14 - 9 = 5$) y así descubrí que $C = 5$. (1ª columna)

2ª prueba:

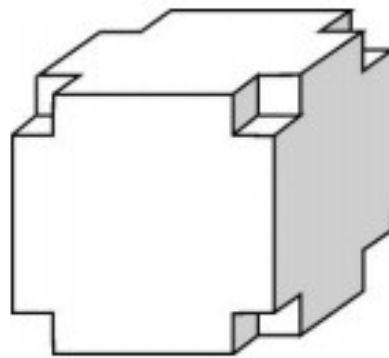
Al obtener las letras A y C, para descubrir B me fijé en la 1ª fila y sume todas las A y C (~~3+5~~ $3 + 5 + 5 = 13$) y le reste a 22 el anterior resultado ($22 - 13 = 9$) Así averigüé que $B = 9$.

3ª prueba:

Compruebe que mis resultados estaban bien sumando las distintas filas y columnas hasta llegar a las de las interrogaciones y sumar ($9 + 3 + 5 + 3 = 20$) y ($3 + 3 + 5 + 9 = 20$). Así averigüé que $? = 20$.

PROBLEMA 4

Un artesán ourive está a traballar nunha peza coa seguinte forma:




Para confecionala, usou un cubo de madeira de 10 cm de aresta, retirando en cada vértice cubos de 2 cm de aresta.

O artesán debe cubrir de ouro a dita figura cunha folla fina que ten un prezo de 3,50€ o centímetro cadrado.

- Calcula cal será o custo total desa cobertura.
- A seguir, pega os cubiños que sobran construíndo outro cubo. Se reproduce a figura anterior na mesma proporción, e tamén a cubre de ouro, canto lle custará esta nova cobertura?

a) Dado que al quitar 2 cm de arista varía el volu-
men y no la superficie, seguimos teniendo un
cubo apto para la ecuación $\text{aresta}^2 = \text{superficie de una cara}$,
así que $10^2 = s = 100 \text{ cm}^2$ por cara. La superficie
total será $100 \cdot 6 = 600 \text{ cm}^2$, así que $600 \cdot 3,50 \text{ €} =$
 2100 € que tendrá que pagar.

b) El cubo será de 4 cm de arista: 
 $4^2 = 16$ $16 \cdot 6 = 96 \text{ cm}^2$ que tiene el cubo, así que:
 $96 \cdot 3,50 = 336$. Pagará 336 €.

PROBLEMA 5

Antía, que é unha gran costureira, está a facer un novo vestido para o que ten que cortar unha tea rectangular cun único corte recto, de xeito que obteña dous polígonos.

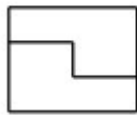
a) Poderías facer a listaxe de parellas de polígonos que se poden formar?

A continuación corta outra tea rectangular de dimensións 30x24cm en dúas pezas iguais de maneira que esas pezas poden volver a ensamblarse para formar outro rectángulo 40x18cm.

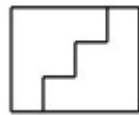
b) Xustifica cal das seguintes foi a división feita por Antía:



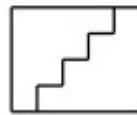
(a)



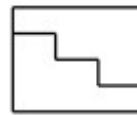
(b)



(c)



(d)



(e)

PROBLEMA 5

- 1- Rectángulo - Rectángulo
- 2- Triángulo - Trapecio
- 3- Triángulo - Pentágono
- 4- Trapecio - Trapecio
- 5- Triángulo - Triángulo
- 6- Cuadrado - Rectángulo

b) Trátase de e
xa que

