

Mal estudante e fumador metido ao chou nun cadaleito

XOSÉ ENRIQUE PUJALES MARTÍNEZ

Imos analizar a continuación dúas noticias de prensa. As dúas son de 2013, Ano Internacional da Estatística, e por iso están relacionadas con ela; e as dúas teñen outra cousa en común, a súa capacidade de potenciación da actitude crítica. Pero ademais, a segunda serve para relacionar un tráxico feito real cun problema histórico das Matemáticas, grazas ao cal comprenderemos que o resultado obtido no suceso é intuitivamente sorprendente pero matematicamente previsíbel. Comecemos.

A relación entre as variábeis fumar e notas académicas

En xullo de 2013, a [Universidade Carlos III de Madrid](#) enviou unha nota de prensa ás axencias informativas comunicando os resultados dun estudo realizado entre 9127 estudantes de 4º da ESO da Comunidade de Madrid no que se chegaba á conclusión de que “los alumnos brillantes fuman menos”.

Nesa nota de prensa dise que “los investigadores han descubierto una estrecha relación entre el rendimiento escolar y el hábito de fumar: cuanto menor es el primero, mayor es el segundo”, é dicir, existe unha correlación inversa forte.

Nesta sección imos usar as Matemáticas como instrumento para analizar criticamente noticias da prensa e comprender a realidade.

***PRENS**Ando
as Matemáticas*



O estudo, á vista da nota de prensa, parece serio (mostra representativa, tamaño,...) e as conclusións probablemente sexan correctas. O problema é a formación científica dalgúns periodistas: a noticia apareceu en moitos medios, a maioría dos cales fixeron un extracto dela sen engadir nada da súa colleita. Pero cando quixeron ser “creativos” apareceron os erros: transformaron a relación entre as dúas variábeis nunha dependencia entre elas. Así, apareceron titulares como o seguinte ([Practica español](#)):



ou mesmo textos como o de [El Correo](#):



Este erro é vello e xa foi tratado para este mesmo asunto (notas/fumar) por Darrell Huff [2] no oitavo capítulo do seu excelente e recomendábel libro, escrito en 1954. Nese capítulo denuncia a tendencia a confundir correlación con causalidade ou, expresado coas súas propias palabras “el sofisma que dice: si B sigue a A, A es la causa de B”. Por desgraza, o rendemento escolar non depende do hábito de fumar, porque se fose así, *todo* o profesorado de *todas* as materias deberíamos insistir unha e outra vez nun só tema co noso alumnado: deixade de fumar.

Este erro é frecuente nos medios de comunicación, e a súa detección é un exercicio de potenciación da necesaria capacidade crítica. Ademais, a discusión destes erros axuda á reflexión (por exemplo, por que hai unha correlación directa entre o número de profesores de Matemáticas nas vilas e o número de enfermos mentais nelas?) e á formulación de hipóteses e busca dun novo factor que explique a relación entre dúas

variábeis (por exemplo, ¿que factor pode explicar a seguinte relación entre estudantes: a maior tamaño das mans, maior comprensión matemática?). Con isto aprenderemos a descubrir e desenmascarar falacias na vida cotiá.

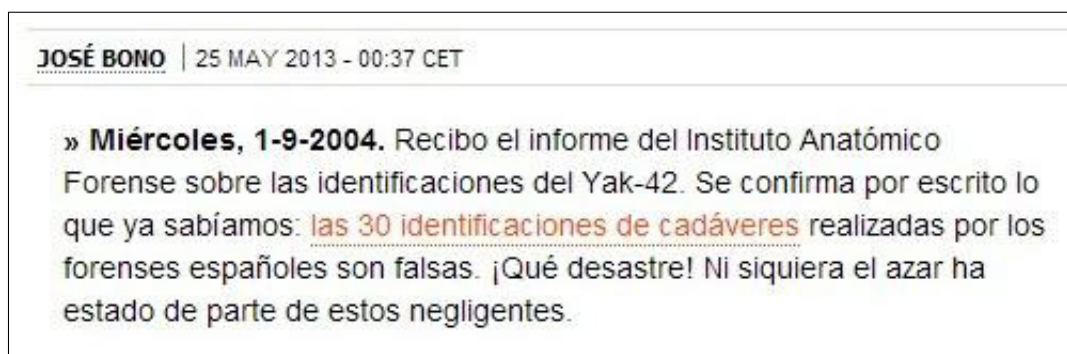
O Yak-42 e o problema dos sombreiros

En maio de 2003, estando como ministro de Defensa Federico Trillo, un avión Yakovlev 42 estrelouse en Turquía. Morreron os 13 tripulantes e os 62 militares españois que regresaban dunha misión en Afganistán.

Deses 62 militares, os forenses turcos foron capaces de identificar a 32, pero non puideron facelo cos outros 30. Desprazados ao lugar do sinistro, os militares forenses españois resolveron o caso inmediatamente, como lles pedían os seus superiores.

Un ano despois, o novo ministro de Defensa español, José Bono, comprometeuse a investigar o asunto das identificacións. En setembro de 2004, José Bono recibiu o informe do Instituto Anatómico forense, no que se afirmaba que as 30 identificacións dúbidasas eran falsas, fallaran o 100%.

En maio de 2013, conmemorando o décimo aniversario da traxedia, José Bono facilitou ao xornal [EL PAÍS](#) o contido do seu diario. Nel aparece a seguinte anotación:



Eu non son quen de xulgar como negligentes aos militares forenses que se deron présa por identificar uns corpos sen as mínimas garantías, pero o ex-ministro saberá. Mais o que nos interesa, desde o punto de vista matemático, é analizar a frase "... Ni siquiera el azar ha estado de parte de..."

Polo xeito de escribilo, parece que José Bono esperaba que, por azar, o resultado fose menos malo. E, posiblemente, os forenses implicados confiaban en, ademais de satisfacer aos seus superiores, contar cuns cantos acertos. Pero,... é isto razoábel? Vexamos, axudados das matemáticas, que non.

O estudo do número de acertos esperados cando introducimos uns corpos ao chou nuns cadaleitos é un problema clásico das Matemáticas, estudado por Euler e coñecido como o problema dos sombreiros e que pode ser introducido e resolto polos nosos alumnos nos casos máis reducidos (quen lle ía dicir a José Bono que un comentario del podía ser útil para resolver un problema histórico das matemáticas, relacionado nada máis e nada menos que con Euler!). Dito problema consiste en, supoñendo que n persoas levan a un acto o seu sombreiro e despois de finalizado e recollidos os chapeus ao chou, calcular a probabilidade de que 0, 1, 2,... n persoas se retiren co sombreiro correcto. Esta situación admite varios enunciados: por exemplo Ricardo Cao e outros [1] propoñen o exercicio con sobres e cartas. No caso que nos ocupa temos cadaleitos e corpos.

No libro ao que nos acabamos de referir, os autores propoñen achar a probabilidade de que no interior de catro sobres introduzamos a carta correcta. Este caso (n acertos de n obxectos) e o anterior ($n - 1$ acertos de n obxectos) son os casos máis sinxelos. Sucede que $P(X = n) = 1/n!$ e $P(X = n - 1) = 0$. O máis complicado é resolver os outros casos, e para iso, cando n é pequeno, o xeito máis doado é escribir todos os casos posibles ($n!$) e achar os acertos. Por problemas de espazo, inclúo máis abaixo a táboa 1 coa solución cando $n = 3$ (as permutacións son seis).

	Cadaleito			Nº	Frecuencias de acertos		Probabilidades	
	A	B	C	Acertos				
Corpos	a	b	c	3	Frecuencia de 0 =	2	P(X=0) = 2/6 =	33,33%
	a	c	b	1	Frecuencia de 1 =	3	P(X=1) = 3/6 =	50%
	b	a	c	1	Frecuencia de 2 =	0	P(X=2) = 0/6 =	0%
	b	c	a	0	Frecuencia de 3 =	1	P(X=3) = 1/6 =	16,67%
	c	a	b	0	TOTAL =	6		
	c	b	a	1				

Táboa 1: Táboa para $n = 3$

Cando $n \geq 6$, o número de permutacións posibles é suficientemente grande como para desaconsellalo para o alumnado. Merche Sánchez (2012) facilítanos o xeito de chegar á fórmula xeral, que aplicaremos para achar as probabilidades para os casos $r \neq n$ e $r \neq n - 1$ (porque, como xa dixemos antes, nestes casos $P(X = n) = 1/n!$ e $P(X = n - 1) = 0$):

$$P(X = r) = \frac{1}{r!} \cdot \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n-r}}{(n-r)!} \right)$$

Con esta fórmula podemos construír a a táboa para n casos.

n	P(X=0)	P(X=1)	P(X=2)	P(X=3)	P(X=4)	P(X=5)
1	0	1				
2	0,5	0	0,5			
3	0,3333	0,5	0	0,1667		
4	0,375	0,3333	0,25	0	0,0417	
5	0,3667	0,375	0,1667	0,0833	0	0,0083
...						
30	0,3679	0,3679	0,1839	0,0613	0,0153	0,0031
...						
∞	0,3679	0,3679	0,1839	0,0613	0,0153	0,0031

Táboa 2: Táboa para n casos

E podemos ver que cando $n = 30$ a probabilidade de que non atinemos ningún é $P(X = 0) = 36,79\%$ e de acertar exactamente 1 tamén é $P(X = 1) = 36,79\%$, o que significa que a probabilidade de que, ao introducir ao chou 30 corpos en 30 cadaleitos, atinar máis de un é só o 26,42% e acertar máis de catro é un ridículo 0,37%. Por isto, no caso do Yak-42, no que os militares forenses non identificaron correctamente ningún cadáver, o resultado entra dentro do previsíbel ou, expresándoo nos termos empregados por José Bono, o azar actuou sen favoritismos cara a eses negligentes.

Referencias

Bibliográficas

- [1] R. Cao, A. Labora, S. Naya, M. Ríos, *Métodos estadísticos e numéricos*, Baía Edicións, A Coruña, 2001.
- [2] D. Huff, *Cómo mentir con estadísticas*, Crítica, Barcelona, 2011.

En internet

- [3] El Correo: <http://www.elcorreo.com/vizcaya/20130702/mas-actualidad/sociedad/malos-estudiantes-fuman-201307011711.html>
- [4] El País: http://elpais.com/tag/yak_42/a/
- [5] El País: http://elpais.com/diario/2004/09/02/espana/1094076009_850215.html
- [6] Practica español: <http://www.practicaespanol.com/es/fumar-afecta-al-rendimiento-escolar-buenos-estudiantes-espanoles-fuman-menos/art/7120/>
- [7] M. Sánchez, *Aprendiendo de Euler*, 2012, <http://www.uam.es/proyectosinv/estalmat/ReunionCantabria2012/Madrid-Euler.pdf>
- [8] Universidade Carlos III de Madrid: http://www.uc3m.es/portal/page/portal/actualidad_cientifica/noticias/tabaco_alumnos

Este artigo foi recibido no ano 2013, *Ano Internacional da Estatística*.

XOSÉ ENRIQUE PUJALES MARTÍNEZ
Catedrático de Instituto xubilado
<enriquepuj@edu.xunta.es>